Планарный граф (или плоский граф) - граф, который можно нарисовать на плоскости так, чтобы ребра не пересекались.

Формула Эйлера: для планарного связного графа В - Р + Г=2 (В - число вершин, Р - число рёбер, Г - число граней).

1. Нарисуйте куб, тетраэдр, октаэдр как плоский граф на плоскости.

2. В стране Озерная 7 озер, соединенных между собой 10 непересекающимися каналами, причем от любого озера можно доплыть до любого другого. Островом считается часть суши, окруженная водой. Сколько в этой стране островов?

3. Внутри квадрата отметили 20 точек и соединили их непересекающимися отрезками друг с другом и вершинами квадрата, так что квадрат разбился на треугольники. Сколько получилось треугольников?

4. Можно ли построить три дома, вырыть три колодца и соединить тропинками каждый дом с каждым колодцем так, чтобы тропинки не пересекались?

5. Пусть есть планарный граф в котором N компонент связности. Как изменится для него формула Эйлера?

6. Докажите, что полный граф на пяти вершинах не планарен.

7. Докажите, что любой многогранник можно представить в виде плоского графа.

8. Футбольный мяч сшит из 32 лоскутков: белых шестиугольников и чёрных пятиугольников. Каждый чёрный лоскут граничит только с белыми, а каждый белый — с тремя чёрными и тремя белыми. Сколько лоскутков белого цвета?

Планарный граф (или плоский граф) - граф, который можно нарисовать на плоскости так, чтобы ребра не пересекались.

Формула Эйлера: для планарного связного графа В - Р + Г=2 (В - число вершин, Р - число рёбер, Г - число граней).

1. Нарисуйте куб, тетраэдр, октаэдр как плоский граф на плоскости.

2. В стране Озерная 7 озер, соединенных между собой 10 непересекающимися каналами, причем от любого озера можно доплыть до любого другого. Островом считается часть суши, окруженная водой. Сколько в этой стране островов?

3. Внутри квадрата отметили 20 точек и соединили их непересекающимися отрезками друг с другом и вершинами квадрата, так что квадрат разбился на треугольники. Сколько получилось треугольников?

4. Можно ли построить три дома, вырыть три колодца и соединить тропинками каждый дом с каждым колодцем так, чтобы тропинки не пересекались?

5. Пусть есть планарный граф в котором N компонент связности. Как изменится для него формула Эйлера?

6. Докажите, что полный граф на пяти вершинах не планарен.

7. Докажите, что любой многогранник можно представить в виде плоского графа.

8. Футбольный мяч сшит из 32 лоскутков: белых шестиугольников и чёрных пятиугольников. Каждый чёрный лоскут граничит только с белыми, а каждый белый — с тремя чёрными и тремя белыми. Сколько лоскутков белого цвета?

Решения:

1. Нужно пояснить, что многоранник тоже является графом, только в пространстве. Далее просто изоморфно перенести на плоскость.

2. Применить формулу. Только обратить внимание, чтобы матерник не посчиали островом.

3. Применить формулу.

4. Решать перебором. Применять формулу Эйлера нельзя.

5. Грань, которая для всех компонент считается внешней, будет посчитана несколько раз, а именно N раз.

6. Подсчет двумя способами числа граней. Через формулу эйлера и через комбинаторику (любые три вершины образуют треугольник-грань). Получение противоречия.

7. Представить алгоритм, как многогранник перересовывается на плоскость.

8. Обозначим искомое количество лоскутков белого цвета через x. Тогда лоскутков чёрного цвета будет 32 - x. Чтобы составить уравнение, подсчитаем двумя способами количество "границ" белых лоскутков с чёрными. Каждый белый лоскуток граничит с тремя чёрными. То есть число границ равно 3 . x. С другой стороны, каждый чёрный лоскуток граничит с пятью белыми. То есть число границ равно 5 . (32 - x). Получаем уравнение 3x = 5 . (32 - x). Отсюда 8x = 160 и x = 20.